Il en résulte alors que l'équation N'(x) = 0 , ($x_0 \in]0, \frac{\pi}{2}[$) admet une unique solution x_0.

- On a : $N'(x_0) = 0 \Leftrightarrow \tan x_0 = (\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}$

$$\Rightarrow N(x_0) = 1 + \left[(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}\right]^2 - 2\sqrt{(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}}$$

$$= 1 + (\frac{1}{2})^{\frac{4}{3}} - 2(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}} = 1 + (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}(\frac{1}{2} - 2) = 1 - \frac{3}{2\sqrt[3]{2}}$$

b) D'après la question précédente , N'(x) = 0 admet une seule solution x_0 dans $]0, \frac{\pi}{2}[$ et comme N' est continue sur $]0, \frac{\pi}{2}[$ donc N'(x) garde un signe constant sur chacun des intervalles] 0 , x_0 [et $]x_0, \frac{\pi}{2}[$ d'où :

x	0	α	x_0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
N'(x)		−	0	+	
N(x)	1	↘ 0	↘ N(x_0)	↗ 0	↗ +∞

Soit N_1 la restriction de N sur [0 , x_0] et N_2 la restriction de N sur $[x_0, \frac{\pi}{2}[$.

N_1 est une bijection de] 0 , x_0 [sur [N(x_0) , 1]

Or $N(x_0) = 1 - \frac{3}{2\sqrt[3]{3}} < 0$. Donc 0 admet un seul antécédent $\alpha \in]0, x_0[$ par N_1 . N_2 est une bijection de $[x_0, \frac{\pi}{2}[$ sur $[N(x_0), +\infty[$ donc 0 admet un seul antécédent $\beta \in]x_0, \frac{\pi}{2}[$ par N_2 .